

THE MATHEMATICS CURRICULUM FOR LOW SECONDARY EDUCATION: BALANCING BETWEEN MODERN AND TRADITIONAL PERSPECTIVES

PROGRAMA DE MATEMATICĂ PENTRU GIMNAZIU: UN ECHILIBRU ÎNTRE
MODERN ȘI TRADIȚIONAL

Luminița CATANĂ

Journal of Pedagogy, 2018 (2), 7 - 24

<https://doi.org/10.26755/RevPed/2018.2/7>

The online version of this article can be found at: <http://revped.ise.ro/category/2018-en/>



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.
To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/> or send a letter to Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

Published by:



INSTITUTUL DE ȘTIINȚE ALE EDUCAȚIEI

<http://www.ise.ro/>

Further information about *Revista de Pedagogie – Journal of Pedagogy* can be found at:

Editorial Policy: <http://revped.ise.ro/editorial-policy/>

Author Guidelines: <http://revped.ise.ro/the-writer-guide-2/>

STUDII TEORETICE

PROGRAMA DE MATEMATICĂ PENTRU GIMNAZIU: UN ECHILIBRU ÎNTRE MODERN ȘI TRADIȚIONAL

Luminița Catan *

Institutul de Științe ale Educației,
București, România
luminita.catana@ise.ro

Rezumat

După intrarea în vigoare, în 2017, a noii programe de matematică pentru gimnaziu, s-a constatat că pot apărea diferențe semnificative între curriculumul oficial, gândit de concepătorii programei școlare respective, și curriculumul interpretat de profesori și aplicat la clasă, chiar și atunci când profesorii au participat la cursuri de abilitare curriculară. Aceste diferențe pot fi determinate de factori precum obișnuințele de predare, nivelul clasei, manualul utilizat sau chiar evaluările naționale. Pornind de la ideea generală că este necesar ca profesorii să decodifice corect și mai ales să accepte noua viziune de construcție a cunoștințelor matematice din programa școlară, articolul detaliază aspectele noi ale programei de matematică de gimnaziu. Prezentarea acestora este raportată la fiecare secțiune a programei, insistând pe diferențele față de varianta anterioară. Articolul poate fi util atât furnizorilor de programe de perfecționare didactică a profesorilor de matematică din gimnaziu, cât și profesorilor care doresc să elaboreze diverse resurse didactice pentru disciplina matematică, la nivel gimnazial, în acord cu noua programă.

Cuvinte-cheie: Didactica matematicii, programa de matematică pentru gimnaziu.

Abstract

After new math curriculum for the middle school (5th – 8th grades) came into force, in 2017, it was found that significant differences between the formal curriculum,

* Cercetător științific dr., Institutul de Științe ale Educației, București, România.

thought by school curriculum designers, and the curriculum interpreted by teachers and applied in class, may appear, even when teachers have participated in curricular training courses. These differences can be determined by factors such as teaching habits, class level, manual used, or even the national exams at the end of the 8th grade. Starting from the general idea that it is necessary for teachers to decode correctly and to accept the new vision of constructing mathematical knowledge using the curriculum, this paper details the new aspects of the middle school mathematics. Their presentation is reported for each section of the program, insisting on the differences from the previous version. The article could be useful to providers of didactic training programs for middle school mathematics teachers, as well as to teachers who wish to design and develop various didactic resources for mathematics, in accordance to the new curriculum.

Keywords: *Didactics of mathematics, math curriculum for middle school.*

1. Introducere

Unul dintre scopurile esențiale ale colii este acela de a susține și stimula dezvoltarea cognitivă și noncognitivă armonioasă a elevilor, pe măsura potențialului de care aceștia dispun. Programul de matematică pentru gimnaziu, aprobat recent prin OMEN nr. 3393/28.02.2017, este fundamentat pe această idee și are în vedere formarea conceptelor disciplinare în mod progresiv și intuitiv, precum și formarea unor deprinderi, atitudini și valori specifice disciplinelor exacte, utilizând experiențele anterioare ale elevilor și exemplele disponibile din mediul înconjurător. Motivul principal pentru înlocuirea programei anterioare (din 2009) a fost că aceasta era considerată prea dificilă, solicitând multe informații, dar și deprinderi complexe, care nu erau dezvoltate corespunzător până la finalul clasei a VIII-a, mai ales în cazul elevilor considerați de nivel mediu.

Conform documentelor oficiale, la finalul ciclului gimnazial, un absolvent trebuie să dețină competențele-cheie la un nivel funcțional (*Repere pentru proiectarea și actualizarea curriculumului național*, 2016, pp. 7-8). În această structură, competențele matematice fundamentează dimensiunea cognitivă și susține, prin tehnici și procedee specifice disciplinei, dar într-o pondere ceva mai redusă, alte dimensiuni ale profilului absolventului de învățământ gimnazial.

Articolul î i propune s explicitizeze componentele programei în uz, utilizând în acest scop descrieri i exemple, mai ales pentru temele care se vor preda la alt clas gimnazial sau altfel decât în programa precedent .

2. Viziunea proiect rii programei de matematic pentru gimnaziu

În opinia psihologului american Howard Gardner, „[d]e la ideile care se formeaz intuitiv i care adesea reprezint concep ii gre ite, elevii trebuie s ajung la un set mai sofisticat de concepte i teorii. În locul întip ririlor care nu înseamn prea mult pentru ni te observatori sofistica i, ei trebuie s dobândeasc noi instrumente, cele ale câtorva discipline cheie, i trebuie s foloseasc aceste instrumente pentru a ob ine întip riri mai bune” (Gardner, 2005, p. 169), prin „întip riri” în elegând concepte disciplinare sau supradisciplinare, conceptele fiind, la rândul lor, reprezent ri mentale ale no iunilor utilizate – toate acestea având scopul de a reordona cunoa terea personal , de a analiza i interpreta impresii, observa ii, fapte, teorii i modele. Asemenea altor psihologi i pedagogi, Gardner atrage aten ia c informa iile, deprinderile sau competen ele pe care elevii nu le valorizeaz în via a de zi cu zi sau în coal , risc s se piard . Ideea formulat de el este în concordan cu defini ia competen ei-cheie matematic , care include aspectul aplic rii în via a cotidian a elementelor specifice disciplinei. Acesta este motivul pentru care programa de matematic destinat înv mântului gimnazial subliniaz „necesitatea relevan ei, pentru elevi, a elementelor de con inut” din program , chiar din prima sec iune a programei (în Nota introductiv).

Înv area matematicii în coal nu ar trebui s însemne o specializare timpurie a elevilor, ci un mijloc prin care s li se ofere acestora accesul la această disciplin . Prin matematica de gimnaziu nu se urm re te numai realizarea unui progres al competen elor specifice sau acumularea de informa ii în domeniu, ci i formarea unor elevi cu un spirit deschis pentru cunoa tere, care s utilizeze achizi iile specifice matematicii pentru a în elege mai bine lumea înconjur toare. De aceea, prin modul în care a fost gândit actuala program , s-a inten ionat simplificarea matematicii predate în gimnaziu, nu atât prin reducerea elementelor de con inut, cât prin evitarea abord rii strict

teoretice a no iunilor matematice. Cunoa terea matematic se construie te treptat, pornind de la situa ii de via cunoscute elevilor, de la exemple intuitive, obiecte i imagini, mai ales atunci când sunt introduse no iuni noi.

Sus inând aceea i idee a introducerii intuitive a no iunilor noi, psihologul american Jan Visser, unul dintre speciali tii renumi i în dezvoltarea înv rii, spunea c „cei mai mul i oameni cred c ei tiu ce este înv area, dar se pare c niciunul nu tie pe de-a-ntregul. De aici, nevoia de a pune toate viziunile împreun , de ale face s interac ioneze i de a încerca s ne ridic m deasupra adev rurilor limitate con inute de viziunea fiec rui individ” (Visser & Visser-Valfrey, 2008, p. 1 – tr.a.). Visser realizeaz o frumoas analogie cu o poveste indian mai veche, despre un elefant aflat într-o înc pere total întunecat i cu care vin în contact, pe rând, diver i oameni. Fiecare poate descrie ulterior, pe baza percep iei sale senzoriale, o caracteristic fizic a elefantului; numai punând împreun toate percep iile senzoriale individuale, cineva ar putea s - i fac o impresie cât de cât apropiat de realitate, referitoare la felul în care arat respectivul animal. Probabil c în aceea i situa ie se va afla un elev la începutul ra ionamentelor de la geometrie: va sesiza p r i ale unei situa ii reale sau ale unei probleme, f r a în elege ansamblul. Concluzia ar fi aceasta: pentru a- i forma conceptele corect, unui elev ar trebui s i se prezinte no iunea respectiv în diferite ipostaze, în diverse imagini, pe cazuri reale sau pe modele tridimensionale, în mediul virtual etc.; elevul ar trebui s observe, s discute, s m soare, apoi s încerce s formuleze defini ii i reguli, s realizeze cât mai multe conexiuni între no iuni i s utilizeze în aplica ii practice noile concepte care i-au fost prezentate. De exemplu, mul i elevi nu pot preciza forma unei sec iuni plane într-un corp, deoarece nu au în via a cotidian suficienta experien e personale de acest tip. De aceea, modelele tridimensionale (reale sau virtuale) devin absolut necesare, împreun cu exersarea deprinderii de a desena, de a reprezenta grafic aceste modele. Indiferent de natura unui concept, numai dup suficiente exemple i aplica ii se poate trece la organizarea experien ei acumulate în jurul unor elemente teoretice, f când pasul c tre formaliz rile respective.

Modul de abordare a conceptelor într-o manier inductiv se poate realiza urm rind etapele propuse de H. Klausmeier (Klausmeier, 1976, apud Ionescu & Boco , 2017, p. 81):

1. Nivelul *concret* de prezentare a noțiunii presupune observarea și recunoașterea unor obiecte, fenomene, caracteristici etc., întâlnite anterior. Prin intermediul simțurilor, elevul ia contact cu noțiunea respectivă. În cazul geometriei mai ales, conceptele sunt ideale și poate că de aceea sunt necesare mai multe exemple din mediul apropiat, pentru studiu. În cazul algebrei, sunt necesare exemple numerice prin care elevul să înțeleagă relațiile sau situațiile respective. La acest nivel este atribuit denumirea noțiunii și se face distincția față de alte noțiuni apropiate. De exemplu, elevul poate să identifice forma de dreptunghi într-o coală de hârtie, într-un tablou sau în tabloul unei mese, dar nu poate formula definiția dreptunghiului.
2. Nivelul *identificării* presupune recunoașterea obiectului, ideii, fenomenului, indiferent de ipostaze și de modul de percepere. De exemplu, elevul recunoaște un patrulater într-o reprezentare, indiferent că acesta este un patrulater particular (patrat, romb, dreptunghi, trapez, paralelogram) sau, dimpotrivă, unul oarecare. Acest nivel presupune deja operații de clasificare și de organizare a sistemului de noțiuni. De exemplu, în situația descrisă mai sus, elevul recunoaște în reprezentarea particulară „trapez” un tip particular de patrulater.
3. Nivelul *clasificator* este nivelul la care un elev poate să identifice două elemente distincte sub același termen, pe baza unor atribute deja cunoscute. De exemplu, poate identifica patrulatere inscriptibile diferite ca formă sau dimensiuni sub denumirea de „patrulatere inscriptibile”; el observă că acestea sunt convexe, dar în elege că această observație nu este suficientă. Elevul nu poate da încă o regulă pentru a construi aceste tipuri de patrulatere și nici nu le poate defini.
4. Nivelul *formal* este nivelul la care conceptul este bine definit și elevul poate formula criteriul, regulile, formulele și teoremele atate. Acesta este nivelul de la care conceptul devine operant în rezolvarea de probleme (de exemplu, constată pe baza unor măsuri sau poate să demonstreze că un patrulater este inscriptibil dacă unghiurile opuse sunt complementare sau dacă unghiurile formate de laturile opuse și diagonale sunt egale; elevul cunoaște și aplică aceste reguli în rezolvarea unor probleme).

prin exemple observabile care să evite întipririle greșite, prin exemple suficiente de diversificate, pentru a nu induce confuzii. De exemplu, dacă pentru numerele divizibile cu 3 se dau ca exemple numai numere care au la unitate 3, 6 sau 9, se poate ca elevul să ajungă la o regulă greșită, prin analogie cu regula pentru divizibilitate cu 2, că ultima cifră ar trebui să fie multiplu de 3. Ulterior, există pericolul creșterii inerției unei reguli eronate. Ca măsură, propunem oferirea unor contraexemple, pentru a sublinia și elimina eroarea. Profesorul, pe baza experienței sale profesionale, va trebui să identifice erorile care apar cel mai frecvent la o anumită temă și să organizeze cât mai multe exemple și contraexemple de utilizare pentru fiecare noțiune, regulă, algoritm etc.

Principiul respectării unui ritm propriu de învățare este reflectat în programa de matematică de gimnaziu prin *ase niveluri de competențe specifice*, care sunt asociate fiecărui domeniu matematic și care pot fi realizate progresiv de către un elev.

Ordonarea progresivă a competențelor specifice și viziunea programei reflectă tendința naturală a profesorilor de a alege sarcini ordonate logic, de la simplu la complex, de la particular la general, de la concret la abstract. Numai în măsura în care clasa de elevi devine receptivă, se poate utiliza o varietate de strategii de rezolvare de probleme, astfel fiind asigurată formarea unor deprinderi mentale înalte.

În final, trebuie subliniat faptul că rolul profesorului de la clasă rămâne determinant pentru implementarea cu succes a acestor modernizări privind viziunea de ansamblu a programei școlare (Reys & Reys, 1997, apud Cavanagh, 2006).

3. Rețeaua noțională a programei de matematică pentru gimnaziu

Rețeaua noțională este schematic prezentată în secțiunea programei denumită *Coninuturi*, secțiune în care sunt accentuate elementele de conținut cele mai cuprinzătoare, care includ altele noi de rang inferior. De exemplu, sub titlul general de *număr natural* se regăsesc noi precum: *număr par*, *număr impar*, *succesor*, *predecesor*, *produs*, *termen*, *sumă*, *număr sturnat* etc. O parte dintre acești termeni pot fi utilizați numai în măsura

în care nivelul clasei permite acest lucru și apar uneori sub forma unor liste în coninuturi (când s-a dorit să se evite un exces terminologic) sau se regăsesc în activitățile de învățare. În privința simbolurilor care vor fi utilizate în clasă, programa recomandă introducerea lor cu mare precauție, *excesul de simboluri putând deveni un motiv de respingere a disciplinei*. De exemplu, dacă pentru divizibilitate erau acceptate în programa anterioară două simboluri grafice ($\{$, respectiv $\}$), programa actuală recomandă utilizarea unui singur, mai ales în clasa a V-a.

Până în clasa a VI-a, conceptele elevilor sunt formate empiric, pe baza experiențelor practice, propuse și organizate de profesor. Cu cât varietatea este mai mare și modul de organizare al exemplurilor este mai bun, cu atât conceptele formate sunt mai exacte, în caz contrar „pot fi cuprinse accidental elemente neesențiale particulare” (Catan & C. prioră, 2016). În primele două clase de gimnaziu sunt evitate demonstrațiile la geometrie, fiind agreate validele numerice, cum este, de exemplu, cazul teoremei lui Pitagora aplicate în triunghiuri dreptunghice. În cazul acestei teoreme, la clasa a VI-a nu se va face demonstrația, ci se vor măsura (cu instrumentele geometrice adecvate) unghiul drept și laturile triunghiurilor, pentru a se verifica relația dintre laturi; de asemenea, se recomandă să se arate prin contraexemplu că relația respectivă nu se verifică în cazul triunghiurilor oarecare. Astfel, elevul va fi pregătit să înțeleagă demonstrațiile acestei teoreme și va aplica relațiile respective în situații cotidiene sau în aplicațiile de la fizică.

În primele două clase de gimnaziu se recomandă *evitarea unor metode de rezolvare algebrice*, programa punând accent pe metodele de rezolvare aritmetice reluate din clasele primare (pentru exersarea unor reprezentări); metodele algebrice de rezolvare a problemelor sunt introduse și aprofundate în ultimii doi ani de gimnaziu.

Un alt aspect legat de reconfigurarea elementelor de conținut constă în transferarea unor capitole mari de conținut de la un an la altul, cu scopul descongesterii unor clase, considerate mai dificile. De exemplu, de la clasa a VIII-a, unde s-a luat în calcul un interval de timp necesar pregătirii pentru examenele naționale, au migrat la clasa a VII-a unele elemente de conținut (ecuațiile și sistemele de ecuații). De la clasa a V-a au fost transferate la clasa a VI-a mulțimile, fiind considerate dificile, datorită simbolurilor

utilizate, dar și pentru a lăsa mai mult timp elevilor să se acomodeze cu trecerea la un nou ciclu de învățământ.

4. Competențe generale și competențe specifice în matematica de gimnaziu

Competențele generale au rămas similare cu cele din programele anterioare, modificările fiind minore și vizând mai degrabă formulările (comparativ cu alte programe școlare, se poate constata că numărul de competențe specifice atașate fiecărei competențe generale este aproximativ același). Structura utilizată pentru competențele generale din programa de matematică de gimnaziu este similară cu cea a programelor de matematică pentru liceu, în uz la acest dat.

Cele șase competențe generale din program descriu tipuri de comportamente cognitive de complexitate diferită, care se formează progresiv în toată perioada școlii gimnaziale. Definiția lor a avut în vedere o ierarhizare a achizițiilor elevilor la nivelul fiecărei clase (după modelul taxonomiei lui Bloom, cu modificări care au inclus elemente de dezvoltare cognitivă preluate de la modelul piagetian).

Prima competență, *Identificarea unor date, măriri și relații matematice, în contextul în care acestea apar*, se referă la receptarea informațiilor, având inclus, ca operație mentală de bază, percepția asupra obiectului, ideii, conceptului sau fenomenului studiat. Pentru acest nivel, elevul va identifica elemente noi în situații problematice, propuse de profesor. Această competență contribuie semnificativ la reorganizarea sferei conceptuale, pe baza observațiilor și prelucrării ulterioare a datelor.

A doua competență generală, *Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale*, presupune interiorizarea informațiilor receptate și prelucrarea primară a acestor date. Prelucrarea datelor, ca nivel elementar al aplicațiilor, se realizează folosind o regulă sau o formulă dată, ori recurgând la reprezentări grafice (la geometrie). Această competență include următoarele categorii de operații: comparare, ordonare (de numere, măriri de lungime, măriri de unghiuri ș.a.m.d.), stabilirea unor relații (paralelism, perpendicularitate etc.),

clasificări, calcule de bază. Nivelul presupune capacitatea elevilor de a discrimina date, de a observa elemente comune sau invariabile.

Următoarea competență generală, *Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice*, corespunde nivelului de algoritmicizare și presupune cunoașterea și aplicarea unor metode de prelucrare secvențială a datelor. Este nivelul de exersare a procedeelelor matematice. Această competență este o condiție necesară continuării studiului matematicii în liceu. A alege corect o metodă, deși pare un demers lipsit de importanță, implică de fapt capacitate de decizie și gândire anticipativ, precum și capacitatea de a sesiza analogii între situații diferite și de complexitate mai mare decât cea ce se cerea pentru competența anterioară. Un exemplu de procedeu, sugerat de program la clasa a V-a, este identificarea celui mai mic multiplu comun (*c.m.m.m.c.*) a două numere naturale, prin enumerarea multiplilor fiecărui număr și identificarea multiplilor comuni. Programa atrage atenția profesorilor să utilizeze numere mici, astfel că procedeul se va concentra pe înțelegere și nu pe calcul. Similar se procedează și pentru identificarea celui mai mare divizor comun (*c.m.m.d.c.*) a două numere naturale (sunt enumerate și selectați divizorii comuni). Profesorul va utiliza algoritmi de calcul la clasa a V-a, numai dacă nivelul clasei permite acest lucru (în cei 25% din timpul aflat la dispoziția profesorului).

Capacitatea elevilor de a utiliza limbajul specific matematicii pentru descrierea unei situații matematice, prezentarea unei probleme, a unui demers de rezolvare sau a rezultatului obținut sunt incluse în cea de-a patra competență generală, *Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată*. Categoria de competențe vizată este comunicarea, iar prin această competență generală se urmărește formarea unui limbaj corect științific, utilizând termenii specifici matematicii. Elevii învață și prezintă rezultatele, ideile matematice sau procedeele utilizate, folosind termenii și simbolurile matematice și aducând dovezi matematice pentru a-și susține opiniile. Tot aici sunt incluse și reprezentările pe axă (deoarece pentru realizarea unei sarcini de acest tip sunt necesare decodificări ale unor forme de scriere), precum și anumite probleme practice de geometrie, care necesită o transformare din limbajul natural în limbaj matematic.

Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date este o competență care vizează prelucrarea secundară a datelor și o interpretare la un nivel superior a unor situații problematice; aceasta poate presupune compararea și aprecierea unor rezultate sau concluzii finale și raportarea lor critic la un context intra- sau interdisciplinar. La acest nivel pot fi stabilite metode și strategii mai generale. De asemenea, la acest nivel se găsesc interpretările statistice ale unor seturi de date, estimările privind ordinul de mărime al rezultatelor unor calcule, estimări de arii sau volume (fără calcul); aceste activități dezvoltă gândirea critică și capacitatea decizională.

Ultima competență generală, *Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii*, presupune operații precum aplicare, generalizare, particularizare, verificare, optimizare, transpunere sau adecvare la o situație reală. Această competență vizează o aplicare a matematicii în alte situații decât în cele exersate la curs, antrenând și combinând cunoștințele sau proceduri învățate la coală sau în afara colii. Simplificarea sau optimizarea unui algoritm, ca urmare a unor observații personale referitoare la context, sunt incluse în această competență generală. Competența este de un nivel ridicat și reflectă potențialul creativ al elevului pentru această disciplină. Modelarea matematică este vizată prin activități de transpunere a unei situații date în limbaj matematic, utilizând simboluri, relații, ecuații sau inecuații. La acest nivel regăsim și formularea de probleme, precum și realizarea unor conexiuni între diverse noțiuni.

Competențele specifice sunt, conform definiției din program, competențe de un nivel de generalitate mai redus, fiind de fapt particularizări ale competențelor generale pentru domeniile de conținut și pentru nivelul de aptitudini la sfârșitul fiecărui an de studiu gimnazial. Sunt însușite de activități și probleme tipice, pe care profesorii ar trebui să le prezinte în afaa fel încât să devină relevante pentru elevi. Prin analizarea competențelor specifice și a elementelor de conținut, se pot defini și alte tipuri de probleme care pot fi propuse într-o clasă de elevi; activitățile din program sunt orientative și pot fi completate sau înlocuite, în funcție de nivelul clasei.

Competențele specifice (CS) sunt organizate progresiv de la un an la altul, existând un salt calitativ care vizează fie complexitatea noțiunilor operate, fie complexitatea activităților solicitate.

La o citire atentă a programei se poate constata că, uneori, un tip de activitate regresează de pe un nivel de competență pe altul, ca urmare a exersării sistematice și a interiorizării sale. Un exemplu în acest sens este legat de divizibilitatea numerelor, respectiv aplicarea unui criteriu de divizibilitate, care la clasa a V-a este inclus în nivelul 3 de competență, la CS 3.1. *Utilizarea regulilor de calcul pentru efectuarea operațiilor cu numere naturale și pentru divizibilitate*, în timp ce în clasa următoare apare pe nivelul 2 de competență, la CS 2.1. *Evidențierea în exemple a relațiilor de apartenență, de incluziune, de egalitate și a criteriilor de divizibilitate cu 2, 5, 10^n , 3 și 9 în N .*

Aplicațiile propuse în program explicitează competențele specifice și justifică încadrarea lor pe un anumit nivel. De exemplu, la CS 3.1, menționat anterior, există un exemplu de activitate care include divizibilitatea (activitate pentru care se cere să se determine un număr natural, dacă sunt date o parte dintre cifrele numărului respectiv și produsul cifrelor numărului). Problema implică identificarea unei metode de lucru adecvate și de aceea este o sarcină considerată mai dificilă pentru clasa a V-a, pe când la clasa a VI-a o astfel de problemă este considerată mai simplă, datorită aplicării criteriilor de divizibilitate.

5. Metode de abordare a elementelor de conținut din program

Dezvoltarea competențelor matematice poate fi asigurată dacă sunt îndeplinite câteva condiții, cum ar fi existența unor instrumente conceptuale, cunoașterea unor practici sau procedee matematice, precum și o comunitate de interes intelectual care să sprijine învățarea (Hiebert & Grouws, 2007). Competența matematică nu este un dat, ci poate fi privită mai degrabă ca o structură care se completează progresiv, odată ce structura noțională și practicile matematice se multiplică și se susțin reciproc, în grupuri sau clase de elevi interesate de studiu. Programul școlar oferă cadrelor didactice un sprijin concret printr-o serie de sugestii metodologice, grupate pe clase de studiu, detaliind anumite experiențe de învățare, potrivit specificului competențelor care trebuie formate pentru fiecare domeniu de cunoaștere.

Strategiile didactice agreate la această disciplină sunt cele care pun accent

pe construcția progresivă a cunoștințelor și pe formarea continuă a deprinderilor. În măsura în care este posibil, sunt promovate și dezvoltate parcursuri didactice diferențiate și abordări interdisciplinare.

Pentru primii doi ani de gimnaziu este accentuată importanța unor metode active de tip *învățare prin descoperire*, *învățare problematizată*, *învățare prin cooperare*, metode care vor crea un climat ce încurajează interacțiunea, angajarea elevilor în procesul de formare a competențelor specifice disciplinei matematice.

Se recomandă, în sugestiile metodologice, *alternarea formelor de organizare a activităților* (frontal, individual, pe perechi și în echipe), deși în formularea activităților nu apare explicit forma lor de organizare, fiind lăsată la alegerea profesorului. Pentru sistematizarea noțiunilor studiate pot fi utilizate diverse reprezentări grafice, gen diagrame, hărți conceptuale etc.

Programa aduce ca noutate utilizarea la clasă a mijloacelor moderne de instruire TIC, care facilitează crearea unor reprezentări mentale mai bune, desfășurarea unor lecții interactive, dar și o evaluare mai eficientă a elevilor. De exemplu, pentru unele activități sunt sugerate aplicații disponibile gratuit sau existente deja în unele coli, care pot fi utile în alegerea unor concepte (cum ar fi *Geogebra*, care dispune de o bibliotecă de imagini 3D a corpurilor geometrice și în care pot fi realizate translații și rotații spațiale, secțiuni în corpuri, grafice de funcții etc.) sau sunt făcute recomandări pentru un domeniu matematic studiat (cum ar fi folosirea unei aplicații de calcul tabelar – gen Microsoft Excel ori OpenOffice – pentru domeniul Organizarea datelor, pentru calcul tabelar și pentru reprezentări grafice).

Pentru toate clasele, este recomandat ca metoda *discuția*, pentru a obține informații despre cum gândesc elevii cu privire la o anumită situație problematică sau pentru a identifica cauzele apariției unor erori în raționamente sau în calcule. Este o metodă veche, dar eficientă, prin care profesorii detectează rapid discontinuități în raționamentele elevilor.

Psihologul israelian Reuven Babai (2006) menționează, de asemenea, câteva studii experimentale interesante referitoare la aplicarea unor reguli intuitive în cazul geometriei, studii pornite de la munca de pionierat a lui Efraim Fischbein privind rolul intuiției în matematică și științe. Acesta din urmă

define te intuitiv ca fiind o cunoaștere imediată care excede faptele, ca „o teorie care implică o extrapolare dincolo de informațiile direct accesibile” (Fischbein, 1987, p.13 – tr.a.). Unul dintre experimentele amintite de Babai are la bază regula intuitivă numită de el „mai mult A înseamnă mai mult B ”. În cadrul acestui experiment, le-au fost prezentate unor elevi două figuri reprezentând practic același patrulater (Fig. 1), cu diferența că celui de-al doilea (Fig. 2) i-a fost decupat un col, și li s-a cerut să compare perimetrele celor două figuri. Peste 70% dintre elevii participanți la experiment au răspuns că perimetrul figurii 1 este mai mare decât cel al figurii 2, deoarece „are suprafața mai mare”, „nu i-a fost tăiat niciun col” etc. (Babai, 2006, p. 98). Acest procentaj ridicat de răspunsuri de tip *mai mult A* (aria patrulaterului) *înseamnă mai mult B* (perimetrul patrulaterului) sugerează că această regulă intuitivă are un puternic efect asupra elevilor, în general.

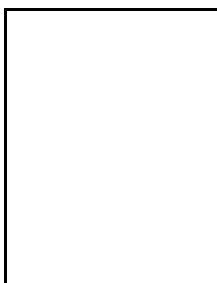


Figura nr. 1

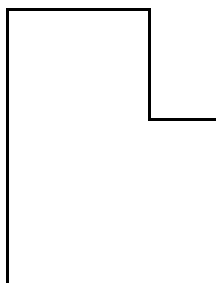


Figura nr. 2

Sursa: Babai, 2006, p. 98

Concluzia este că, datorită discuțiilor care pornesc de la situații problematice pe care profesorul le poate prezenta în clasă, procentajul răspunsurilor eronate scade în timp, pe măsură ce elevii avansează în studiul unor scheme cognitive care pot corecta regulile intuite inițial de elevi.

Rezolvarea de probleme este principala metodă utilizată în matematica de gimnaziu, fiind totodată și un scop general al disciplinei. Metoda rezolvării de probleme implică elevii în propria învățare și le oferă șansa de a se evidenția, prin diverse idei sau soluții personale generate. Elevii au ulterior posibilitatea de a organiza aceste idei și soluții după frecvența de apariție a lor sau de a le

ierarhiza dup criterii precum elegan ̄a, acurate e sau eficien ̄a (raportate la resursele utilizate, respectiv timp ̄i efort). Cu prilejul rezolv ̄ii sarcinii respective, elevul are ̄ansa s ̄i utilizeze cuno tin ele ̄i deprinderile matematice acumulate. În timp ce elevii care au competen e înalte pot g ̄si solu ii mai bune pentru anumite situa ii particulare, elevii care au competen e mai joase pot g ̄si i ei r spunsuri proprii, chiar dac ̄nu ajung la rezultatul final. Indiferent de nivelul de competen e la care ajung, prin rezolvarea de probleme elevii caut ̄a dev rul matematic, înva ̄s fie riguro si ̄i perseveren si, at ̄t timp cât, în mod instinctiv, r mân motiva si ̄i justifye ac iunile si verifice mai apoi corectitudinea acestora.

În noua program ̄a, eroarea este privit ̄a, poate pentru prima oar ̄a, ca o resurs didactic ̄a. Filosoful francez Gaston Bachelard, care a introdus conceptul de „obstacol epistemologic” afirma c ̄a, de fapt, „cunoa tem contra unei cunoa teri anterioare, distrugând cuno tin ele incorecte ̄i surmontând ceea ce, în spirit, constituie un obstacol în calea spiritualiz ̄rii...” (Bachelard, 1938, apud C prioar ̄a, 2011, p. 33). Ulterior, cercet tori, pedagogi ̄i psihologi s-au preocupat de problematica obstacolelor ̄i a erorilor în didactica matematicii. Matematicianul francez Guy Brousseau pune în leg tur obstacolul epistemologic cu motiva ia pentru înv ̄area matematicii ̄i propune câteva strategii didactice pentru dep ̄irea lui (Brousseau, 2002). El sus ine c ̄a, pentru în elegerea unei no iuni abstracte, nu este suficient numai o colec ie de situa ii în care s ̄fie prezentat no iunea, s ̄fie memorat teoria si ̄fie f cute unele aplica ii, ci este necesar ̄i prezentarea unui ansamblu de concep ii ̄i idei rejectate (preconcep ii, concep ii gre ite), precum ̄i studierea erorilor pe care urmeaz ̄s le evit m. M surile didactice pe care le propune sunt: construirea sensului, utilizarea no iunilor respective în activit ̄i de înv ̄are pentru a fi în elese ̄i re inute, în elegerea particularit ̄ilor no iunii respective, cunoa terea limitelor no iunii ̄i a termenilor lingvistici asocia i.

Erorile reprezint ̄a manifestarea obstacolelor epistemologice sau efectele lor. Psihologii consider ̄a, prin cunoa terea lor, profesorii au ̄ansa de a determina dificult ̄ile de în elegere ̄i erorile de ra ionament, acestea constituind ancore de la care ̄i pot recalibra discursul ̄i parcursul didactic. Într-un studiu mai vechi realizat în Fran ̄a, pe baza unor interviuri cu elevii de gimnaziu, au fost sistematizate principalele dificult ̄i care determin ̄a cele mai frecvente gre eli, valabile ̄i ast zi: lipsa unei perspective practice, concrete a problemelor

prezentate și o înelegere slabă, deficitară a acestor situații de învățare; incapacitatea elevilor de a aprecia relațiile matematice dintre elementele sarcinii de lucru (Hotyat, 1958).

Există erori tipice atașate unor conținuturi de învățare, cu care cei mai mulți dintre profesorii de matematică s-au întâlnit destul de frecvent la clasă. Enumerăm câteva astfel de exemple: elevii nu disting fracția principală, la fracțiile supraetajate; la înmulțirea a două puteri de numere naturale cu aceeași bază, înmulțesc exponenții în loc să îi adune, iar la împărțirea puterilor de numere naturale, împart exponenții în loc să îi scad; la geometrie, aplică teorema lui Pitagora pentru triunghiuri oarecare etc.

Gândirea critică, un alt aspect pe care programa pune accent, implică un tip de raționament care are la bază utilizarea unor criterii pentru conceptualizarea, evaluarea și sintetizarea de idei și informații din diverse surse și constă, în cazul matematicii, în evaluarea unui raționament matematic, cu scopul de a-l ameliora. În procesul de apreciere critică, elevul include nu numai gânduri despre deprinderile mentale utilizate, dar și credințe și atitudini.

În privința evaluării, sunt promovate în program atât metode tradiționale (observarea sistematică, evaluarea activităților realizate ca teme, teste și examinări orale), cât și metode moderne pentru evaluare (cum ar fi metoda proiectelor, a portofoliilor sau autoevaluarea). Evaluarea este considerată ca fiind o componentă a demersului didactic, prin care profesorul tatonează nivelul la care sunt formate competențele specifice din programe, identifică obstacolele cognitive apăsătoare și monitorizează progresul elevilor. De asemenea, prin intermediul evaluărilor, profesorul poate aprecia modul în care experiențele de învățare din afara colii se reflectă în învățarea matematicii.

6. Concluzii

Succesul aplicării în practică a unei programe școlare depinde, în principal, de o serie de factori, cum ar fi: înțelegerea și acceptarea „spiritului” programei școlare, participarea profesorilor la cursuri de formare, existența unor manuale și auxiliare didactice de bună calitate, o bună colaborare între profesorii din școală.

Este necesară să se organizeze cursuri de formare focalizate pe implementarea curriculumului școlar, care să evidențieze diferențele semnificative dintre programa anterioară și cea în uz. Este recomandat ca cel puțin un profesor de specialitate dintr-o școală să participe la aceste forme, pentru că, ulterior, ideile principale, cu exemple concrete, să fie dezbătute în cadrul catedrelor de matematică din școli.

Decodificarea programei școlare induce anumite adaptări asupra planificării didactice, a metodelor de predare – învățare – evaluare și de abordare a elementelor de conținut. Perspectiva intuitivă, propusă în programa de matematică până în clasa a VI-a, conduce la renunțarea la unele metode consacrate din matematica de gimnaziu, înlocuirea lor cu alte metode sau, în unele situații, mutarea lor de la un an la altul. Acest aspect al programei poate surprinde profesorii și de aceea propunem elaborarea de ghiduri pentru profesori, care să detalieze aceste situații.

Eroarea tipică este considerată o sursă de învățare pentru profesor, care înțelege astfel cum gândesc un elev și care sunt principalele obstacole de învățare. Profesorul poate (prin discuții, exemple și contraexempluri, prin utilizarea unor materiale demonstrative etc.) să își reorganizeze situațiile de învățare sau discursul didactic, în acord cu nevoile de învățare ale elevului.

Nu în ultimul rând, programa invită profesorii la ingeniozitate didactică, pentru a genera situații de învățare deosebite, interdisciplinare sau care conectează matematica cu unele investigații ale elevilor sau cu interesele lor.

În cazul în care clasa permite, în limita a 25% din timpul disponibil, profesorul poate alege să prezinte și să exerseze temele și metodele algoritmice care au fost mutate sau eliminate din matematica primelor două clase de gimnaziu.

Referințe

- Babai, R. (2006). The Tendency to use Intuitive Rules among Students with Different Piagetian Cognitive Levels. In Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M., & Stehlíková, N. (Eds.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, pp. 97-104. Praga: PME.
- Brousseau, G. (2002). *Theory of Didactical Situations in Mathematics (Didactique des Mathématiques, 1970–1990)*. Kluwer Academic Publishers.

- Catan , L. (2010). Domeniul de competen cheie matematic i elaborarea curricular . *Revista de pedagogie*, nr. 58(3), 193-206.
- Catan , L. (2015). În ce m sur ne ajut matematica? Exemple de aplicare a matematicii: de la frac ii la alocarea resurselor într-o organiza ie. *Revista de Pedagogie*, 63(1), 57-68.
- Catan , L., & C prioar , D. (2017). *Joc i intui ie în predarea i înv area matematicii la clasa a V-a*. Bucure ti: Editura Universitar .
- Cavanagh, M. (2006). Implementing a reform-oriented mathematics syllabus: A survey of secondary teachers. In Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehlíková, N. (Eds.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, pp. 273-280. Praga: PME.
- C prioar , D. (2011). *Predarea i înv area matematicii. Studiul obstacolelor i al erorilor*. Bucure ti: Editura Universitar .
- Dulam , E. (2009). *Cum îi înv m pe al ii s înve e. Teorii i practici didactice*. Cluj: Editura Clusium.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics*. Dordrecht, Olanda: Reidel.
- Gardner, H. (2005). *Mintea disciplinat* . Bucure ti: Editura Sigma.
- Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371–404). Charlotte, NC: Information Age.
- Hotyat, F.A. (1958). Educational Research in French-Speaking Countries of Europe. *The School Review*, 66(3), 313-328. <https://doi.org/10.1086/442451>.
- Ionescu, M., & Boco , M. (Coord.) (2017). *Tratat de didactic modern* . Pite ti: Editura Paralela 45.
- Munson, J. (2018). Two Instructional Moves to Promote Student Competence. *Teaching children mathematics*, 24(4). <https://doi.org/10.5951/teacchilmath.24.4.0244>.
- Visser, J., & Visser-Valfrey M. (Eds.) (2008). *Learners in a Changing Learning Landscape: Reflections from a Dialogue on New Roles and Expectations*. Ed. Springer Science.
- *Programa colar pentru disciplina Matematic , clasele a V-a – a VIII-a*. Bucure ti: Ministerul Educa iei Na ionale, 2017; disponibil la: <http://programe.ise.ro/Portals/1/Curriculum/2017-progr/24-Matematica.pdf> (accesat la 10.07.2018).
- *Repere pentru proiectarea i actualizarea curriculumului na ional. Document de politici educa ionale*. Bucure ti: Institutul de tiin e ale Educa iei. Versiune de lucru Mai 2016; disponibil la: http://www.ise.ro/wp-content/uploads/2015/07/Document-politici-curriculum_draft_mai_2016.pdf (accesat la 24.06.2018).

The online version of this article can be found at:
<http://revped.ise.ro/category/2018-en/>



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.

To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/> or send a letter to Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

Versiunea online a acestui articol poate fi găsită la:
<http://revped.ise.ro/category/2018-ro/>



Această lucrare este licențiată sub Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.

Pentru a vedea o copie a acestei licențe, vizitați <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/> sau trimiteți o scrisoare către Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, SUA.